Avogadrova konstanta: N_A=(6,8±1,4)×10^{23} mol^{-1}

Diskuse

Jak je vidět, výpočet Avogadrovy konstanty dal hodnotu, která se v rámci chyby kryje s hodnoutou tabelovanou ([L3] uvádí $N_A=6{,}023\times10^{23}\ mol^{-1}$ bez uvedení chyby).

Zdroje chyb

- Velkým zdrojem chyb je odečítání poloh částice na monitoru. Odečítání je ovlivňováno psychologickými efekty, kdy se pozorovatel snaží zakreslit částici tím směrem, kterým by se podle něj měla pohybovat, aby nebyl žádný ze směrů preferován. To se projeví především nižší velikostí třetí hodnoty ve vztahu [R5].
- Dále se při překreslování poloh z monitoru na fólii může projevit paralaxa a špatně odhadnutý střed kulaté částice.
- Ve výpočtech a při pozorování vůbec neuvažujeme s tím, že částice latexu po nárazu okolních molekul nekonají jenom pohyb translační, ale i rotační.
- Podstatné jsou projevy makroskopického tečení, které má za následek chybný výpočet středního kvadratického posunutí.
- Při určování chyby středního kvadratického posunutí není k dispozici statistický rozptyl, který by přinejmenším zvětšil výslednou chybu při výpočtu Avogadrovy konstanty. Výsledek by to sice nezpřesnilo, ale přiblížilo by jej to k tabelované hodnotě.

Závěr

Ověřili jsme Einsteinův vztah, spočetli aktivitu emulze latexu a vody za pokojové teploty a zjistili, že výpočet Avogadrovy konstanty "jednoduchými prostředky" má charakter spíše řádového odhadu.

Poznámka:

Není-li uvedeno jinak, jsou všechny chyby v tomto protokolu středním kvadratickými odchylkami na hladině σ.

Veškerá data (překreslené trajektorie částic z monitoru a odečty jednotlivých poloh) jsou na přiloženém pracovním papíře, který vznikal již při měření.

Použitá literatura

[L1] Slavínská D., Stulíková I., Vostrý P. - Fyzikální praktikum I.

[L2] Brož J. a kol. - Základy fyzikálních měření I.

[L3] Mikulčák J. a kol. - Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro SŠ

Kvadrát středního posunutí: $\langle S^2 \rangle = (167 \pm 26)\ mm^2$

Skutečné posunutí v jednom směru je dáno vztahem [R4]. Provedeme ještě transformaci posouvání částic z obrazovky zpět do emulze tak, že vydělíme střední kvadratické posunutí *S* druhou mocninou použitého zvětšení. Čtverec relativní chyby bude dán součtem relativních chyb ve čtvercích (protože jde o podíl) a nejvíce se projeví chyba určení souřadnic, proto ostatní nepřesnosti můžeme zanedbat.

Střední kvadratické posunutí v jednom směru: $\langle s^2 \rangle = (4{,}5 \pm 0{,}7) \times 10^{-12}\ m^2$

K určení aktivitu Brownova pohybu určíme ze vztahu [R1] a použijeme naměřené výsledky. Relativní chyba aktivity bude přibližně rovna relativní chybě určení středního kvadratického posunutí, protože nejistota určení času je vůči ní zanedbatelná.

Aktivita Brownova pohybu: $A = (1{,}8 \pm 0{,}3) \times 10^{-12}\ m^2s^{-1}$

Aktivita Brownova pohybu je ovšem silně závislá na teplotě emulze. Tu však nemůžeme přesně zjistit. Předpokládejme, že teplota roztoku je blízká teplotě okolního vzduchu, její rozptyl od této hodnoty určitě nebude více než 5°C.

Teplota: $T = (297 \pm 5)\ K$

Relativní chyba takto určené teploty je 1,7%, tedy na výpočtu Avogadrovy konstanty se neprojeví.

Nyní již můžeme vypočítat Avogadrovu konstantu na základě *pozorování 1* podle vztahu [R2].

Dynamickou viskozitu η určíme na základě vztahu [R4]. Zadání úlohy obsahuje údaj o ředění latexu vodou (objemový zloměk φ) v poměru 1:600. Relativní viskozita proto bude prakticky rovna 1, tudíž dynamická viskozita bude stejná jako dynamická viskozita vody. Tu uvádí tabulky [L3].

Dynamická viskozita: $\eta = 10^{-3}$ Pa.s,

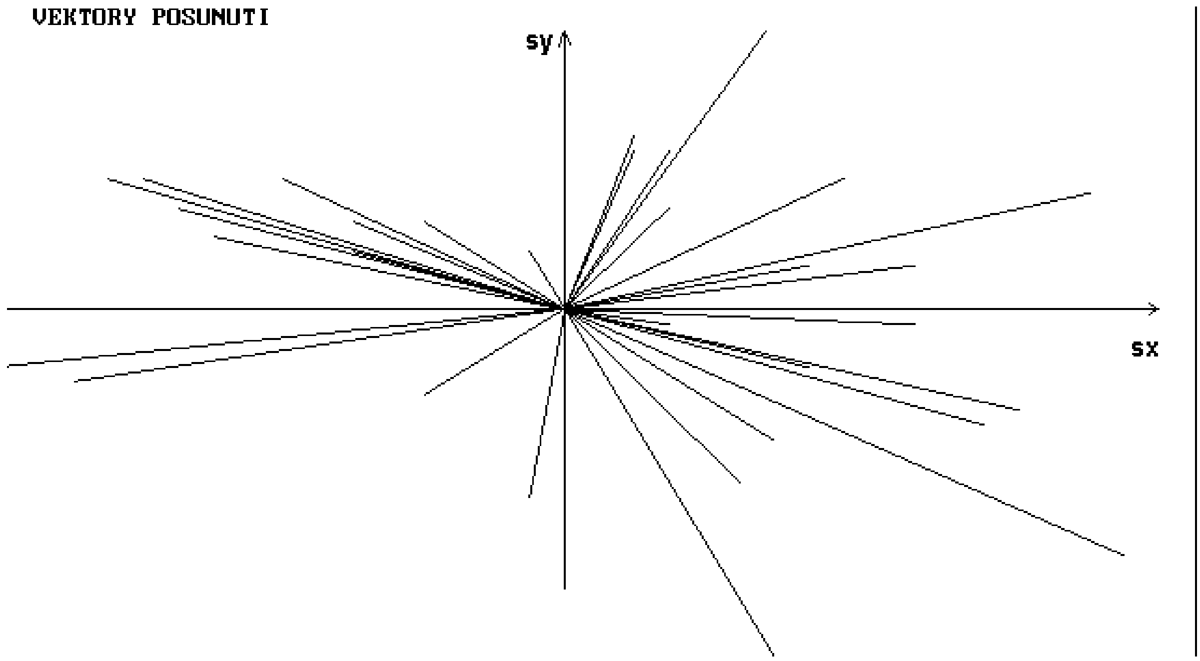
chybu určení [L3] neuvádí. Nicméně lze předpokládat, že bude vůči chybě určení středního kvadratického posunutí zanedbatelná.

K výpočtu potřebujeme znát ještě poloměr částic latexu, který je též uveden v zadání úlohy.

Poloměr částic: r = 425 nm

Chybu opět není potřeba uvažovat.

Nyní již můžeme přikročit k výpočtu podle vztahu [R2], rozptyl hodnoty stanovím jako maximální možnou chybu danou přenosem ve funkčním vztahu (sečtu relativní chyby jednotlivých veličin, které ve vztahu vystupují)..



Graf [G4] - vektory posunutí pro pozorování 2

Program *BROWN* ještě vypočítá součet čtverců odchylek a poměr získaných posunutí sousedních hodnot, hodnot "ob jednu" a "ob dvě". Tento poměr by měl odpovídat teoretickému modelu podle vztahu [R5].

Pozorování 1:

Součet čtverců posunutí: $\Sigma S^2 = 2239\ mm^2$

Einsteinův poměr: 1:1,7:2,4

Pozorování 2:

Součet čtverců posunutí: $\Sigma S^2 = 5831\ mm^2$

Einsteinův poměr: 1:1,9:2,8

Vzhledem k předběžným výsledkům použijeme pro další zpracování výsledky z *pozorování 2*, které můžeme současně považovat za důkaz platnosti Einstenova vztahu.

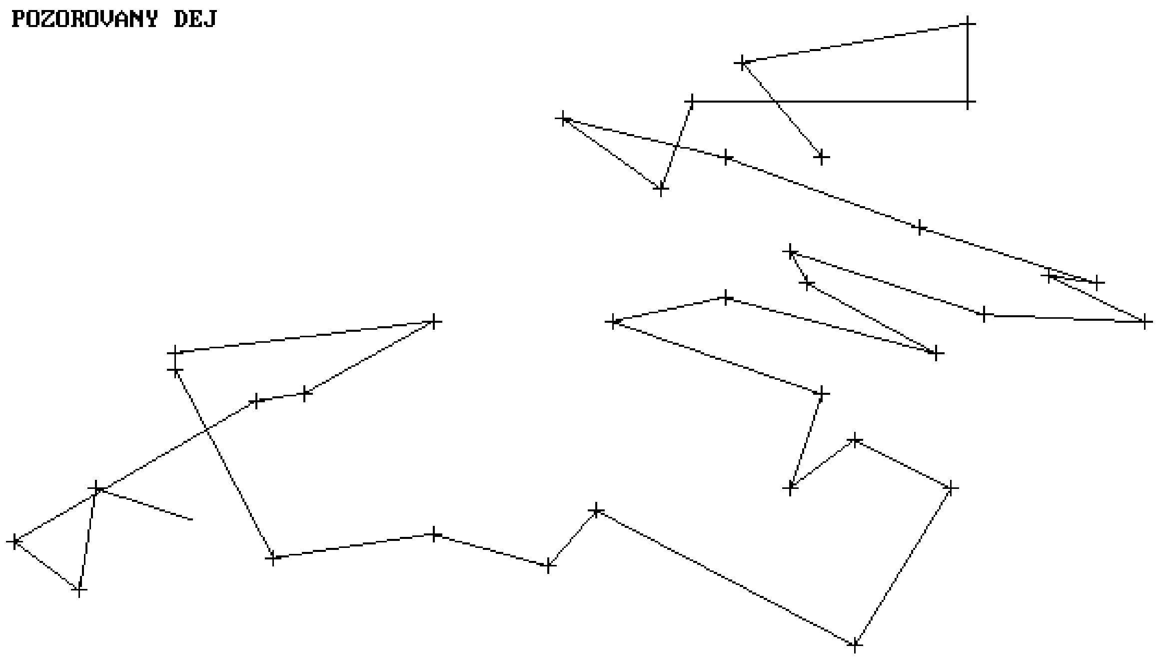
Pro posunutí obrazů částic na obrazovce (odečteno z fólie) byly zjištěny následující hodnoty:

Kvadrát středního posunutí: $\langle S^2 \rangle = 166{,}6\ mm^2$

Střední posunutí: $\langle S \rangle = 12{,}91\ mm$

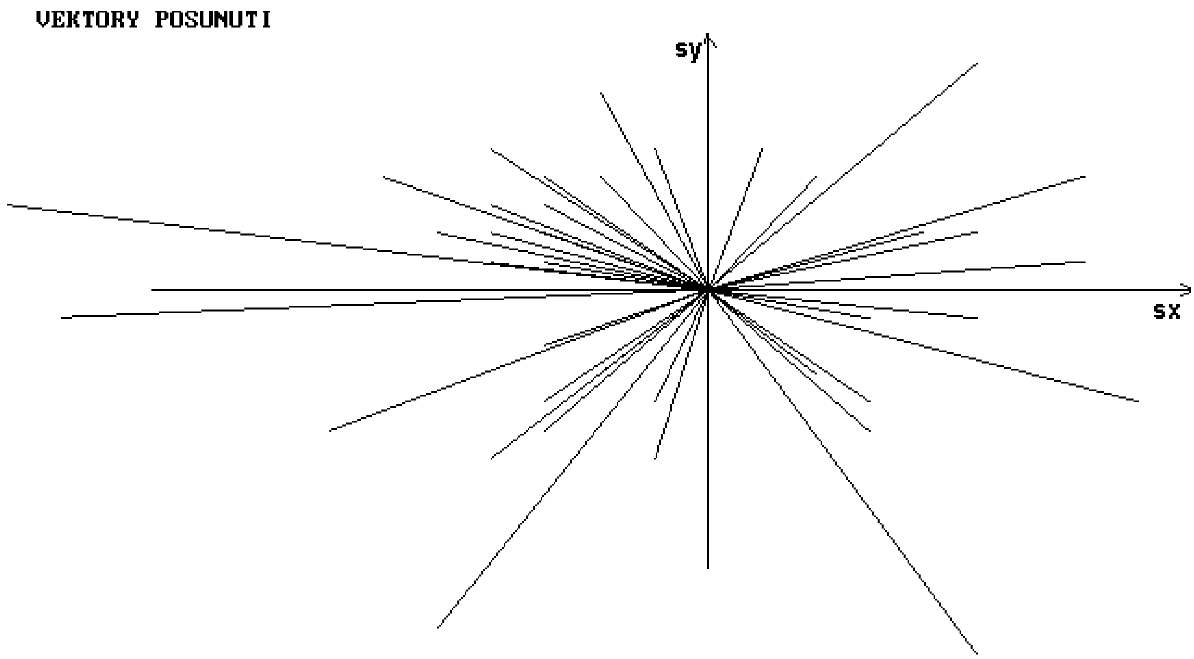
Tomuto posunutí odpovídá chyba daná měřením vzdáleností na milimetrovém papíře (nemohu započítat statistický rozptyl veličiny, protože program *BROWN* tato data neposkytuje).

Střední posunutí: $\langle S \rangle = (12{,}9 \pm 1)\ mm$



Graf [G2] - Brownův pohyb při pozorování 2

Program Brown dále vypočítá a vykreslí jednotlivá posunutí. Výsledky shrnují grafy [G3] a [G4]. Kdyby byl pohyb sledované částice skutečně náhodný a nedocházelo by k žádnému tečení v nějakém směru, byly by vektory posunutí v obou případech rovnoměrně rozloženy ve všech směrech. Z grafů však můžeme usoudit, že docházelo k zanedbatelnému tečení ve směru osy *x*. Můžeme však prohlásit pohyb za dostatečně chaotický.



Graf [G3] - vektory posunutí pro pozorování 1 monitoru (s ohledem na zakřivení obrazovky a tloušťku čar).

Pro další pozorování tak používám dvě zvětšení:

Zvětšení 1 = 1720±12

Zvětšení 2 = 4300±47

Pro určení aktivity Brownova pohybu je zapotřebí přesně znát časový interval mezi dvěma pravidelnými pípnutími zařízení poskytujícího akustickou značku. Pro zmenšení chyby změříme při kontrolním měření více intervalů. Chyba časového intervalu se skládá z chyby statistické (opakovaným měřením) a chyby, která je způsobena reakční dobou.

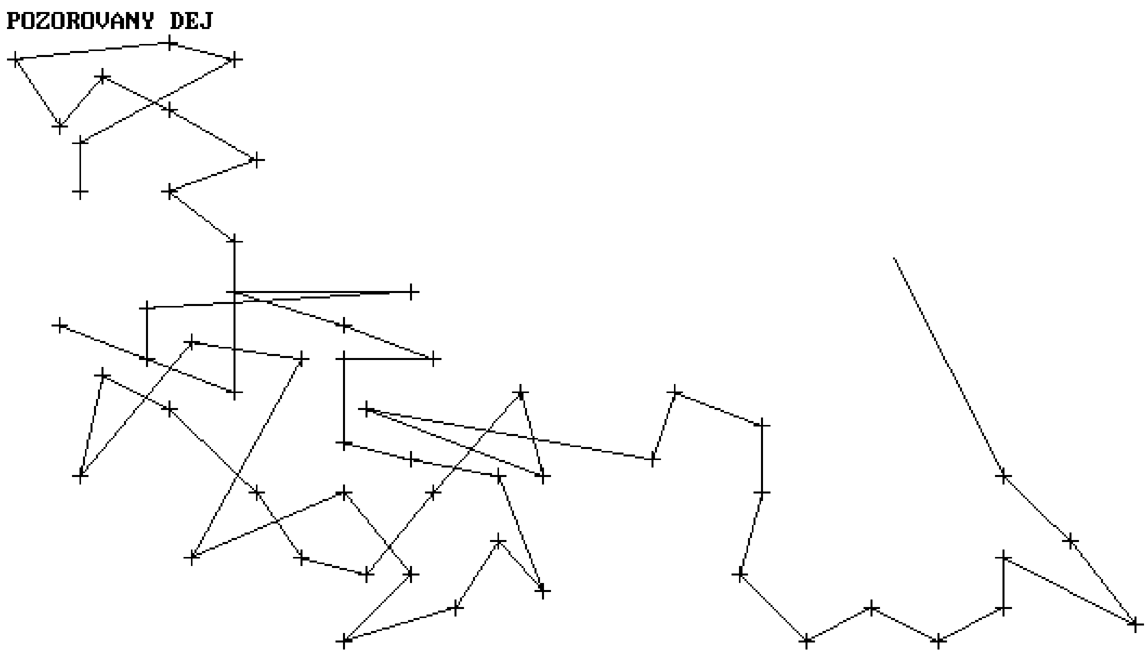
Délka časového intervalu: t = (4,79±0,03) s

Dále zaznamenáváme v pravidelných "odpípaných" intervalech polohu sledované částice. Sousední polohy spojujeme, aby nedošlo k jejich popletení v případě křížení. Provedeme několik pozorování a pro další zpracování použijeme pro obě zvětšení nejvhodnější výsledky.

Pro *pozorování 1* při *zvětšení 1* použijeme pozorování, jehož graf je složen z 56 vrcholů a v souboru je tedy k disposici 55 posunutí pro další zpracování. Podobně pro *pozorování 2* při *zvětšení 2* použijeme graf s 36 vrcholy, tedy máme soubor 35 posunutí, které používáme k dalšímu stastickému zpracování.

Data pak zadáme program *BROWN*, který přímo spočítá součet kvadrátů jednotlivých posunutí. Při zadávání podložíme transparentní folii milimetrovým papírem a odečítáme souřadnice s přesností 1 mm na hladině σ.

Výsledky udávají přiložené grafy [G1] a [G2].



Graf [G1] - Brownův pohyb při pozorování 1 kterého Brownův pohyb počítáme.

Střední kvadratické posunutí ve směru s bude tedy dáno vztahem:

$$<s^2>=<S^2\cos^2\alpha>=<S^2><\cos^2\alpha>\;, \quad [R3]$$

napsat vztah jako součin středních kvadratických hodnot můžeme z toho důvodu, že obě veličiny jsou nezávislé.

Protože jde o pohyb náhodný, jsou všechny směry pohybu stejně pravděpodobné, bude mít výsledný vztah tvar:

$$<s^2>=<S^2>\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos^2\alpha\,\mathrm{d}\alpha=\frac{1}{2}<S^2> \quad [R4]$$

Označíme-li vzdálenost sousední bodů s_t, vzdálenost ob jeden bod (body i a $i+2$) s_{2t} a vzdálenost ob dva body (body i a $i+3$) s_{3t} a platí-li Einsteinův vztah, musí podle vztahu [R1] platit:

$$<s_t^2>:<s_{2t}^2>:<s_{3t}^2>=1t:2t:3t \quad [R5]$$

Tento vztah použijeme k ověření Einsteinova vztahu [R1].

Pokud se výsledek dostatečně shoduje s teoretickým vztahem [R4], můžeme změřené hodnoty středního kvadratického posunutí použít k výpočtu Avogadrovy konstanty podle vztahu [R2].

Dynamickou vyskozitu η odhadneme na základě odhadu viskozity relativní η_{rel}, což je podíl viskozit suspenze a čisté kapaliny podle vzorce:

$$\eta_{rel}=1+2{,}5\varphi\;, \quad [R4]$$

kde φ je objemový podíl částic.

Získaná data pak zadáme programu *BROWN*, který předběžně zpracuje výsledky pozorování a graficky znázorní jednak dráhu sledované částice a pak vektory jejího posunutí, které jsou názornou pomůckou pro posouzení experimentálního splnění podmínek pro pozorováni Brownova pohybu (žádné makroskopické toky).

Výsledky měření

K zaznamenávání neuspořádaného pohybu částic používáme průhlednou fólii překrytou přes monitor, na který promítáme obraz sejmutý z okuláru mikroskopu. K tomu, abychom byli schopni vypočítat Avogadrovu konstantu, potřebujeme znát zvětšení optické soustavy. To zjišťujeme tak, že dáme pod objektiv sklíčko s kalibrační stupnicí, na níž jsou dílky o známé vzdálenosti a změříme jejich zvětšenou vzdálenost na monitoru. Postup shrnuje tabulka [T2]. Chybu zvětšení vypočítáme ze známé chyby měření vzdáleností na

Pracovní úkol

1. Experimentálně ověřte platnost Einsteinova vztahu pro střední kvadratické posunutí částice $<s^2>$ při Brownově pohybu.

2. Určete aktivitu Brownova pohybu A částic latexu ve vodě za pokojové teploty.

3. Vypočtěte Avogadrovu konstantu N_A.

4. Ke zpracování výsledků pozorování užijte program *BROWN*.

Teoretický úvod

Brownův pohyb je neustálý chaotický pohyb malých částic rozptýlených v tekutině, který je podmíněn fluktuacemi tepelného pohybu okolních částic. Pro střední kvadratické posunutí částice v jednom směru $<s^2>$ za čas t platí Einsteinův vztah:

$$< s^2 >= At \quad , \quad [R1]$$

kde A je aktivita Brownova pohybu, která je pro danou částici a prostředí za stálé teploty konstantní.

Pro postupný Brownův pohyb kulové částice hmotnosti m a poloměru r, která se nachází v prostředí o teplotě T s dynamickou vyskozitou η, lze konstantu A vyjádřit vztahem:

$$A = \frac{RT}{3\pi\eta r N_A} \quad ,$$

kde R je molární plynová konstanta ($R=8,314\ J.mol^{-1}.K^{-1}$) a N_A je konstanta Avogadrova. Po dosazení lze vypočítat Avogadrovu konstantu vztahem:

$$N_A = \frac{RTt}{3\pi\eta < s^2 > r} \quad , \quad [R2]$$

kde zbývající veličiny získáme při pozorování Brownova pohybu.

Pro pozorování Brownova pohybu se používá směs latexu ve vodě, protože částice latexu mají spoustu výhod potřebných právě pro úspěšný průběh toho experimentu (viz [L1]). Pohyb částice se pomocí mikroskopu a kamery přenese na televizní obrazovku, odkud překreslujeme polohy sledované částice v pravidelných intervalech na průhlednou fólii. Ve skutečnosti ale nepozorujeme částici, ale její ohybový obraz. V případě, že známe zvětšení optické soustavy (které určíme přeměřením promítnutých vzdáleností kalibrační stupnice), jsme schopni určit vektory posunutí částice v jednotlivých intervalech ve skutečnosti. Protože ale měříme posunutí částic v rovině, označme tato posunutí např. S. Pak dostaneme vztah: $s=S.\cos\alpha$, kde α je úhle sevřený vektorem měřeného posunutí S a vektorem směru s, do

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.: ....
Název:...
Vypracoval:.. stud. sk. .... dne ....
Odevzdal dne: .... vráceno: ....
Odevzdal dne: .... vráceno: ....
Odevzdal dne: ....

Posuzoval: ....dne .... výsledek klasifikace ....
Připomínky: