

Fyzikální praktikum.....

Úloha č.:.....

Název.:.....

Měřil.:..... dne:.....

odevzdal dne:.....vráceno:.....

odevzdal dne:.....vráceno:.....

odevzdal dne:.....

Posuzoval:..... dne:.....

Výsledek klasifikace:.....

Připomínky:

Pracovní úkol

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené hodnoty rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu E materiálu tyče.
2. Změřte rychlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitým pomocí uzavřeného rezonátoru.
3. Vypočítejte Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku.

Teoretický úvod

Metoda Kundtovy trubice

Rychlost šíření zvuku v souvisí s dalšími dvěma akustickými veličinami - s délkou vlny λ a kmitočtem ν vztahem:

$$v = \lambda \nu \quad [\text{R1}]$$

Změříme-li tedy vlnovou délku a kmitočet zvuku, můžeme z těchto dvou veličin vypočítat rychlost zvuku v daném prostředí. Rychlost zvuku závisí na látkových konstantách a tvaru prostředí.

Délku zvukové vlny lze nejnázorněji měřit na stojatém vlnění - vytvoří se uzly a kmitny, přičemž vzdálenost sousedních uzlů nebo kmiten je rovna polovině vlnové délky, vzdálenost mezi sousední kmitny od uzlu je rovna čtvrtině vlnové délky. V plynech se zviditelňuje poloha uzlů a kmiten stojatého vlnění například v *Kundtově trubici*. Plyn se napustí do skleněné na jednom konci uzavřené trubice, na druhém konci je pak zdroj zvuku. Zvukové vlny budíme tyčí zkoumaného materiálu, kterou podélně rozkmitáme. Posunem trubice vůči tyči systém "naladíme" tak, aby v trubici vzniklo stojaté vlnění, které znázorníme práškem rozsypaným v trubici. Prášek se působením zvukových vln rozmetá v místech, kde vzniknou kmitny rychlosti.

Délka zvukové vlny λ_1 v tyči je dána způsobem upevnění. Je-li tyč upevněna uprostřed, je v tomto místě uzel (tyč zde nemůže kmitat) a na koncích jsou kmitny. Délka tyče je pak rovna dvěma čtvrtinám a délka vlny základního tónu λ_1 je rovna dvojnásobné délce tyče l .

$$\lambda_1 = 2l \quad [\text{R2}]$$

Rezonance zvukových vln, kdy bude obrazec vytvořený práškem nejzřetelnější, nastane, když bude délka trubice rovna celistvému násobku půlvln zvukové vlny v plynu.

Při šíření vlny více prostředím si vlna zachovává svůj kmitočet ν . Pro dvě prostředí (v nichž má zvuková vlna dvě různé rychlosti ν_1 a ν_2 a různé vlnové délky λ_1 a λ_2) platí vztah:

$$\nu_1 = \frac{\nu_2}{\lambda_2} \lambda_1 \quad [\text{R3}]$$

Změřením délky tyče l získáme podle rovnice [R2] λ_1 a proměřením obrazce v trubici získáme λ_2 . Určení rychlosti zvuku v tyči ν_1 předpokládá znalost rychlosti zvuku v plynu ν_2 . Zvukové vlny se v plynech šíří rychlostí danou Laplaceovým vzorcem:

$$v = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}, \quad [\text{R4}]$$

kde p je tlak plynu, κ Poissonova konstanta a ρ je hustota plynu.

Dalšími úpravami Laplaceova vzorce [R4] se dostáváme k empirickému vztahu pro výpočet rychlosti zvuku v použitém plynu. Používáme vzduch.

Pro suchý vzduch platí empirický vztah:

$$v = (331,82 + 0,61t) \text{ ms}^{-1} \quad [\text{R5}]$$

Při 50% vlhkosti vzduchu v okolí 20°C je rychlosti zvuku ve vzduchu určena vzorcem:

$$v = [344,36 + 0,63(t - 20^\circ \text{C})] \text{ ms}^{-1}, \quad [\text{R6}]$$

v obou vzorcích [R5] i [R6] je t teplota vzduchu při měření v °C.

Chybu získané rychlosti vypočítáme podle principu přenosu chyb ve funkčních závislostech (viz [L2]), kdy dospějeme ke vztahu:

$$\sigma_{v_1} = v_1 \sqrt{\frac{\sigma_t^2}{t^2} + \frac{\sigma_{\lambda_2}^2}{\lambda_2^2} + \frac{\sigma_l^2}{l^2}}, \quad [\text{R7}]$$

kde σ_i jsou disperse měření jednotlivých měření..

Pro tenkou tyč platí vztah:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

kde E je modul pružnosti v tahu a ρ hustota materiálu, z něhož je tyč vyrobena.

Modul pružnosti E je pak dán vztahem:

$$E = v_1^2 \rho, \quad [\text{R8}]$$

kde v_1 je rychlost zvuku v tyči daná vztahem [R3].

Chybu modulu pružnosti určíme podle principu přenosu chyb a vypočítá se podle vzorce:

$$\sigma_E = E \sqrt{4 \frac{\sigma_{v_1}^2}{v_1^2} + \frac{\sigma_\rho^2}{\rho^2}}, \quad [\text{R9}]$$

kde σ_i jsou disperse měření jednotlivých měření..

Další podrobnosti o měření rychlosti zvuku metodou Kundtovy trubice v [L1].

Metoda uzavřeného rezonátoru

Pro přesné měření vlnových délek je možno použít uzavřeného rezonátoru. Uzavřený rezonátor je tvořen dvěma souosými trubicemi, které se do sebe zasouvají a dávají tak možnost plynule měnit délku celého systému. Zdrojem zvuku je telefonní sluchátko napájené tónovým generátorem regulovatelné frekvence, na druhém konci rezonátoru je zvuk snímán mikrofonem a převeden na elektrické impulsy s napojením na měřič proudu.

Rychlost zvuku pak můžeme měřit dvěma způsoby:

1) ponecháme frekvenci zdroje zvuku konstantní a měníme délku rezonátoru tak, aby vznikla rezonance zvukových vln (výchylka ampérmetru bude maximální). Rozdíl délek rezonátoru l_1 a l_2 při nejbližších dvou rezonancích je roven polovině délky zvukové vlny. Pro výpočet rychlosti dostáváme podle rovnice [R1]:

$$v = 2(l_1 - l_2)v, \quad [\text{R9}]$$

známe-li frekvenci zvukových vln v .

Chyba měření plně závisí na přesnosti, s jakou je určena frekvence (relativní chyba rychlosti bude rovna relativní chybě frekvence).

2) Postup obrátíme - necháme nastavenou délku l rezonátoru stálou a měníme frekvenci v zdroje zvuku. Najdeme opět dvě následující rezonance (řádu k a $k+1$) a pro výpočet použijeme vztah

$$v = 2l(v_{k+1} - v_k) \quad [\text{R10}]$$

Chyba měření závisí plně na přesnosti, s jakou je určen kmitočet (relativní chyba rychlosti bude rovna $\sqrt{2}$ -násobku relativní chyby frekvence).

Pro výpočet Poissonovy konstanty κ pak využijeme vypočítanou rychlost zvuku a použijeme vztah:

$$\kappa = \frac{v^2 \mu}{RT}, \quad [\text{R11}]$$

kde μ je molekulová hmotnost plynu, R molární plynová konstanta ($R=8,314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$), T termodynamická teplota.

μ je pro oxidu uhličitého rovna $44 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$.

Chyba určení Poissonovy konstanty závisí plně na přesnosti, s jakou určíme rychlost zvuku; relativní chyba Poissonovy konstanty bude rovna dvojnásobku relativní chyby rychlosti.

Výsledky měření

Metoda Kundtovy trubice

Celé měření přehledně shrnuje tabulka [T1].

Při této metodě využíváme pro získání tónu tření mosazné tyče kalafunou. Tyč je třeba upevnit uprostřed, tak se jako dominantní projeví frekvence, která bude mít kmitny na koncích tyče a uzel v místě uchycení (v prostředku).

Délka tyče: $l=(151 \pm 3) \times 10^{-2} \text{ m}$

Délka tyče je tedy polovinou vlnové délky zvuku v mosazi (viz [R2]).

Vlnová délka zvuku v mosazi: $\lambda_1=(302 \pm 6) \times 10^{-2} \text{ m}$

Proměření získaného stojatého vlnění získáme dvě délky pro různý počet vln, vlnovou délku určíme aritmetickým průměrem.

Vlnová délka zvuku ve vzduchu: $\lambda_2=(30,5 \pm 0,3) \times 10^{-2} \text{ m}$

Rychlost zvuku určíme podle empirického vzorce [R6] pro změřené podmínky. Relativní chybu rychlosti položíme stejnou jako je relativní chyba změřené teploty (jejíž absolutní chybu stanovíme odhadem).

Rychlost zvuku ve vzduchu: $v_2=(346 \pm 3) \text{ m/s}$

Nyní již můžeme podle vztahu [R3] vypočítat rychlost zvuku v mosazi, chybu vypočteme podle vztahu [R7].

Rychlost zvuku v mosazi: $v_1=(3426 \pm 80) \text{ m/s}$

Podle vztahu [R8] určíme modul pružnosti v tahu E . Hustotu vezmeme z tabulek [L3].

Protože ale hustota závisí na poměrech obou složek, vezmeme střední hodnotu zapsaného intervalu a chybu stanovíme tak, aby pokryla celý interval. Chybu modulu pružnosti v tahu určíme podle vztahu [R9].

Hustota mosazi: $\rho=(8350 \pm 250) \text{ kg/m}^3$

Modul pružnosti mosazi v tahu: $E=(98 \pm 3) \times 10^9 \text{ Pa}$

Uzavřený rezonátor

1) *Konstantní délka rezonátoru, proměnná frekvence, vzduch*

Celé měření shrnuje tabulka [T2].

Měření provádíme za konstantní délky rezonátoru. Tu přečteme ze stupnice a chybu stanovíme odhadem.

Délka rezonátoru: $l=(80,00 \pm 0,02) \times 10^{-2} \text{ m}$

Poté získáme sadu rezonančních frekvencí. Rozdíl frekvencí sousedních rezonancí lineární regresí. Uvedená chyba odhadem je subjektivní veličina, s jakou přesností lze určit okamžik rezonance (největší výchylky na ampérmetru).

Rozdíl frekvencí sousedních rezonancí: $v_{k+1}-v_k=(215,4 \pm 0,3) \text{ Hz}$

Nyní již podle vztahu [R10] můžeme vypočítat rychlost zvuku ve vzduchu:

Rychlost zvuku ve vzduchu: $v=(344,6 \pm 0,5) \text{ m/s}$

2) *Konstantní frekvence, proměnná délka rezonátoru, vzduch*

Celé měření shrnuje tabulka [T3].

Nastavíme vhodnou frekvenci tónového generátoru a hledáme posouváním rezonátoru rezonance.

Frekvence tónového generátoru: $\nu=(5004\pm 1)$ Hz

Hledáme rozdíl sousedních délek rezonátoru, při nichž dochází k rezonanci. Ze sady hodnot výslednou hodnotu získáme lineární regresí.

Rozdíl délek: $l_2-l_1=(3,45\pm 0,03)\times 10^{-2}$ m

Rychlost zvuku spočítáme podle vztahu [R9].

Rychlost zvuku ve vzduchu: $\nu=(345\pm 2)$ m/s

3) *Konstantní délka rezonátoru, proměnná frekvence, CO₂*

Postupujeme stejně jako v případě 1). Měření shrnuje tabulka [T4]. Pohledem na data zjistíme, že mi při měření "utekla" první rezonanční frekvence. Nicméně pro lineární regresi to není podstatné.

Délka rezonátoru: $l=(80,00\pm 0,02)\times 10^{-2}$ m

Rozdíl frekvencí sousedních rezonancí: $\nu_{k+1}-\nu_k=(155,0\pm 1,5)$ Hz

Rychlost zvuku v CO₂: $\nu=(248,0\pm 2,4)$ m/s

Výpočet Poissonovy konstanty κ CO₂ provedeme ze známých veličin podle vztahu [R11].

Poissonova konstanta: $\kappa=(1,01\pm 0,02)$

Veškeré závislosti vystihují grafy v příloze.

[G1] konstantní délka rezonátoru, proměnná frekvence, vzduch

[G2] konstantní frekvence tónového generátoru, proměnná délka, vzduch

[G3] konstantní délka rezonátoru, proměnná frekvence, CO₂

Diskuse

Hodnoty měřené pro vzduch dávají za podmínek v laboratoři (teplota 23°C, tlak 739,8 torr, relativní vlhkost vzduchu 50%) jsou v rámci chyb ve shodě s tabelovanými hodnotami ([L3] uvádí pro rychlost zvuku v mosazi 3400 m/s, pro modul pružnosti v tahu $(100\div 110)\times 10$ GPa, pro rychlost vzduchu za daných podmínek lze empiricky vypočítat hodnotu 346 m/s).

Hodnoty měřené pro oxid uhličitý se za podmínek v laboratoři přibližují k hodnotám tabelovaných, nicméně s nimi nejsou v souladu ani v rámci svých chyb ([L3] uvádí pro rychlost zvuku 260 m/s, Poissonova konstanta je uváděna na hodnotu 1,304). Zkusme tedy přijít na to, proč jsou změřená rychlost zvuku i Poissonova konstanta pro oxid uhličitý nižší než hodnoty tabelované:

- rychlost zvuku v látkách závisí na jejich teplotě (s rostoucí teplotou vzrůstá). Vzhledem k tomu, že oxid uhličitý je uchováván v kovové přetlakové láhvi, lze předpokládat, že jeho teplota je o něco nižší, než teplota okolního vzduchu.
- tlak oxidu uhličitého byl jiný, než při jakém je uváděna rychlost zvuku v tabulkách.
- oxid uhličitý v uzavřeném rezonátoru byl ve skutečnosti směsí se vzduchem.

Zdroje chyb:

- problémem je stanovování frekvence v okamžiku rezonance v horním rozsahu, protože nastavovací stupnice je logaritmická.
- při měření Kundtovou trubicí jsou zdrojem chyb otřesy pracoviště
- ke správnému "naladění" délky Kundtovy trubice (aby došlo ke vzniku stojatého vlnění) je zapotřebí spolupráce dvou lidí (jeden vyluzuje tón a druhý pozoruje, při jaké délce je obraz nejostřejší (nebo účinek zvukových vln na prášek nejznatelnější))

Závěr

Měřením jsme dospěli k následujícím hodnotám:

Rychlost zvuku v mosazi: $v_1=(3426\pm 80)$ m/s
Modul pružnosti mosazi v tahu: $E=(98\pm 3)\times 10^9$ Pa
Rychlost zvuku ve vzduchu (konst. délka): $v=(344,6\pm 0,5)$ m/s
Rychlost zvuku ve vzduchu (konst. kmitočet): $v=(345\pm 2)$ m/s
Rychlost zvuku v CO ₂ : $v=(248,0\pm 2,4)$ m/s
Poissonova konstanta: $\kappa=(1,01\pm 0,02)$

Hodnoty pro vzduch odpovídají tabelovaným hodnotám. Hodnoty pro CO₂ jsou blízké tabelovaným hodnotám.

Hodnoty rychlosti zvuku ve vzduchu změřené různými metodami se v rámci chyb překrývají.

Použitá literatura

- [L1] Slavínská D., Stulíková I., Vostrý P. - Fyzikální praktikum I.
- [L2] Brož J. a kol. - Základy fyzikálních měření I.
- [L3] Mikulčák a kol. - Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro SŠ

Poznámka:

Všechny chyby (není-li uvedeno jinak) použité a vypočtené v tomto protokolu jsou chybami na hladině s (střední kvadratické odchylky).