

Kabinet výuky obecné fyziky MFF UK  
**Fyzikální praktikum.....**

Úloha č.:.....

**Název:**.....

**Měřil:**..... dne:.....

odevzdal dne:..... vráceno:.....

odevzdal dne:..... vráceno:.....

odevzdal dne:.....

---

**Posuzoval:**..... dne:.....

**Výsledek klasifikace:**.....

---

Připomínky:

## Pracovní úkol

1. Změřte dynamickou viskozitu destilované vody při pokojové teplotě metodou výtoku kapaliny kapilárou z Mariotteovy lahve.
2. Určete teplotní závislost kinematické viskozity destilované vody v oboru teplot od 20°C do 60°C metodou Ubbelohdeova viskozimetru.
3. Sestrojte graf teplotní závislosti kinematické viskozity. Určete aktivační energii děje.

## Teoretický úvod

*Veličiny:*

Dynamická viskozita  $\eta$  je veličina vyjadřující úměrnost mezi tečným napětím  $\tau$ , které vzniká mezi vrstvami reálné proudící kapaliny a změnou rychlosti ve směru kolmém na proud:

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy} \quad [\text{R1}]$$

Kinematická viskozita  $\nu$  kapaliny je podíl dynamické viskozity a hustoty  $\rho$ :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [\text{R2}]$$

Metoda výtoku kapaliny z Mariotteovy lahve

Měření viskozity kapilárními viskozimetry je založeno na Poisseuillově vztahu, který má po úpravách tvar:

$$\eta = \frac{\pi r^4 p t}{8 V l}, \quad [\text{R3}]$$

kde  $V$  je objem kapaliny, která proteče při laminárním proudění trubici kruhového průřezu poloměru  $r$  délky  $l$  za dobu  $t$  při přetlaku  $p$ .

Konstrukce Mariotteovy lahve (viz [L2]) zaručuje, že kapalina vytéká kapilárou délky  $l$  a poloměru  $r$  po dobu  $t$  pod stálým přetlakem  $p$ , který je dán vztahem:

$$p = h g \rho, \quad [\text{R4}]$$

kde  $h$  je výšková odlehlost mezi osou kapiláry a koncem přívodní trubice,  $g$  tíhové zrychlení a  $\rho$  hustota vytékající kapaliny. (náčrty a podrobné popisy lze najít např. v [L1])

Celkový vztah pro výpočet dynamické viskozity má tedy tvar (po spojení vztahů [R3] a [R4]):

$$\eta = \frac{\pi r^4 h \rho g t}{8 V l}, \quad [\text{R5}]$$

hodnoty konstant  $\pi, \rho$  a  $g$  vezměme z tabulek [L3] a jejich chyby dále neuvažujeme.

Vzhledem k tomu, že veličiny  $V$  a  $t$  jsou na sobě lineárně závislé, je účelnější místo podílu  $t/V$  zavést novou konstantu  $k$ , jejíž hodnotu stanovíme regresí závislosti  $t$  na  $V$ .

Vztah tedy nabyde tvaru:

$$\eta = \frac{\pi r^4 h \rho g k}{8 l}, \quad [\text{R6}]$$

Chyba takto určené veličiny bude dána na základě principu přenosu chyb ve funkčních závislostech (viz [L2]) vztahem:

$$\sigma_{\eta} = \eta \sqrt{16 \frac{\sigma_r^2}{r^2} + \frac{\sigma_k^2}{k^2} + \frac{\sigma_h^2}{h^2} + \frac{\sigma_l^2}{l^2}}, \quad [\text{R7}]$$

kde  $\sigma_i$  jsou disperze měření jednotlivých měření.

### Metoda Ubbelohdeova viskozimetru

Kinematická viskozita je podíl dynamické viskozity a hustoty kapaliny.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Pro poměrná měření kinematické viskozity lze užít Ubbelohdeova viskozimetru. Podrobnosti o metodě měření lze najít v [L1]. Fakticky měříme jen dobu průchodu kapaliny přístrojem pro zvolené teploty na daném teplotním intervalu.

Pro výpočet kinematické viskozity využíváme vztahu:

$$\nu = At, \quad [\text{R8}]$$

kde  $t$  je čas průchodu kapaliny kapilárou přístroje a  $A$  je kalibrační konstanta přístroje. Chyba určení kinematické viskozity pak závisí pouze na chybě určení času průtoku kapaliny kapilárou.

Pro určení aktivační energie  $E_A$  platí vztah:

$$\nu = ce^{\frac{E_A}{kT}}, \quad [\text{R9}]$$

kde  $c$  je konstanta,  $k$  je Boltzmanova konstanta ( $k=1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ) a  $T$  termodynamická teplota. Logaritmováním vztahu [R9] se dostáváme ke vztahu:

$$\ln \nu = \tilde{c} + \frac{E_A}{kT}, \quad [\text{R10}]$$

který použijeme k výpočtu aktivační energie.

$$E_A = sk, \quad [\text{R11}]$$

kde  $s$  je směrnice závislosti  $\ln \nu$  na  $1/T$ .

## Výsledky měření

### Metoda výtoku kapaliny z Mariotteovy lahve

**Teplota při experimentu:  $t=23,5^\circ\text{C}$**

Katetometrem změříme odlehlost  $h$  trubice od osy kapiláry. Vzhledem k otřesům podlahy a nepříliš stabilnímu uložení katetometru stanovíme chybu při jednom měření na 1 mm. Měříme hodnoty dvě - výšku osy kapiláry nad nulovou hladinou katetometru a výšku konce trubice nad nulovou hladinou. Odlehlost je pak rovna rozdílu obou naměřených výšek a její absolutní chyba rovna součtu absolutních chyb obou měření.

**Odlehlost trubice:  $h=(5,0 \pm 0,2) \times 10^{-2} \text{ m}$**

Pro experiment máme zadány parametry kapiláry:

**Délka kapiláry:  $l=(147,4 \pm 0,1) \times 10^{-3} \text{ m}$**

**Průměr kapiláry:  $d=(1,29 \pm 0,03) \times 10^{-3} \text{ m}$**

Z průměru vypočítáme poloměr kapiláry, který potřebujeme pro výpočet.

**Poloměr kapiláry:  $r=(0,65\pm0,02)\times10^{-3}$  m**

Provádíme postupně měření času výtoku různých objemů kapaliny z trubice. Výsledek shrnuje tabulka [T1]. Konstantu  $k$  určíme lineární regresí naměřených veličin. Regresi vystihuje graf [G1].

**Konstanta  $k$ :  $k=(4,27\pm0,01)\times10^6$   $\text{sm}^{-3}$**

Nyní již můžeme vypočítat ze známých veličin podle vztahů [R6] a [R7] dynamickou viskozitu vody a její chybu.

**Dynamická viskozita:  $\eta=(1,0\pm0,1)\times10^{-3}$  Pa.s**

#### Metoda Ubbelohdeova viskozimetru

Ubbelohdeův viskozimetr je charakterizován svou konstantou  $A$ .

$$A=0,002995 \text{ mm}^2\text{s}^{-2}$$

Provedeme tedy několik měření při různých teplotách, rozdíl teplot sousedních měření volíme s ohledem na předpoklad, že předpokládaná závislost bude exponenciální.

Měření shrnuje tabulka [T2].

Teplotu měříme s chybou  $0,2^\circ\text{C}$  stanovenou odhadem, čas měříme digitálními stopkami, chyba každého měření je dána reakční dobou (nepřesnost přístroje je vůči ní zanedbatelná) a je rovna  $0,2$  s. Výsledná kinematická viskozita (jejíž závislost na teplotě měříme) je pak dána vztahem [R8]. Vzhledem k tomu, že chyba takto určené veličiny závisí pouze na chybě měření času (která bude v nejhorsím případě 1 promile), není třeba s chybou určení kinematické viskozity vůbec počítat.

Závislost vyjadřuje graf [G2]. Exponenciální regresi provedeme programem Origin

Pro dané podmínky byl získán experimentem empirický vztah:

$$v = v_0 + A e^{\frac{(t-t_0)}{B}},$$

kde konstanty mají na teplotním intervalu  $(20\div60)^\circ\text{C}$  následující hodnoty:

$$v_0=(2,5\pm0,3)\times10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

$$t_0=20^\circ\text{C}$$

$$A=(7,8\pm0,3)\times10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

$$B=(-35\pm2)^\circ\text{C}$$

Podle vztahu [R10] určíme aktivační energii děje.

Upravenou závislost  $\ln v$  na  $1/T$  a výsledky lineární regrese shrnuje graf [G3].

**Směrnice závislosti:  $s=(1770\pm20)$  K**

Podle vztahu [R11] již můžeme určit aktivační energii děje a její chybu:

**Aktivační energie:  $E_A=(2,42\pm0,03)\times10^{-20}$  J**

## Diskuse

Změřená hodnota dynamické viskozity velmi dobře odpovídá tabelované hodnotě ([L3] udává hodnotu  $10^{-3}$  Pa.s bez uvedení chyby). Závislost kinematické viskozity je podle předpokladů sestupně exponenciální, aktivační energie děje nelze srovnat s tabelovanou hodnotou.

### Zdroje chyb

- nepřesnost přináší do měření zjišťování odlehlosti trubice od osy kapiláry v případě metody Mariotteovy lahve; řešením by bylo umístit katetometr na pevnější podložku a celou soustavu stabilizovat.
- v druhé metodě přináší nepřesnosti do měření stanovování teploty, což by už z hlediska dalšího zpracování měla být veličina známa velmi přesně.
- problémem je časová náročnost úlohy - pro přesnější měření by bylo lepší nechat pro každou teplotu viskozimetr déle temperovat, aby byla teplota rozložena rovnoměrně a už nedocházelo k dominantním tepelným tokům

## Závěr

Změřili jsme dynamickou viskozitu destilované vody.

$$\eta = (1,0 \pm 0,1) \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

Odvodili jsme empirický vztah závislosti kinematické viskozity na teplotě ve stupních celsia a potvrdili předpoklad, že tento vztah bude exponenciální. Dále jsme určili aktivační energii děje.

$$E_A = (2,43 \pm 0,03) \times 10^{-20} \text{ J}$$

## Použitá literatura

- [L1] Slavínská D., Stulíková I., Vostrý P. - Fyzikální praktikum I.  
[L2] Brož J. a kol. - Základy fyzikálních měření I.  
[L3] Mikulčák J. a kol. - Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro SŠ

### **Poznámka:**

Všechny chyby (není-li uvedeno jinak) použité a vypočtené v tomto protokolu jsou chybami na hladině  $\sigma$  (střední kvadratické odchylky).