

## Fyzikální praktikum II

Úloha č. 23

**Název.:** Měření intenzity magnetického pole sousých kruhových cívek a solenoidu

**Měřil.:** Michal Švanda.....dne:..25. října 2000.....

odevzdal dne:.....vráceno:.....

odevzdal dne:.....vráceno:.....

odevzdal dne:.....

---

**Posuzoval:**.....dne:.....

**Výsledek klasifikace:**.....

# Pracovní úkol

- 1) Změřte průběh intenzity magnetického pole na ose sousých kruhových magnetizačních cívek
  - a) v zapojení s nesouhlasným směrem proudu při vzdálenostech 12, 16, 20 cm
  - b) v zapojení se souhlasným směrem proudu při týchž vzdálenostech cívek
- 2) Změřte intenzitu magnetického pole uprostřed mezi sousými kruhovými magnetizačními cívkami v zapojení se souhlasným směrem magnetizačního proudu při proměnné vzájemné vzdálenosti cívek 7 až 20 cm.
- 3) Přesvědčte se, že při Helmholtzově poloze cívek v zapojení se souhlasným směrem proudu je pole na ose cívek v rámci možností homogenní. Pro tento případ stanovte experimentálně konstantu úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukovaným na detekční cívce a porovnejte ji s teoretickou hodnotou.
- 4) Proměřte průběh intenzity magnetického pole na ose solenoidu.
- 5) Experimentální výsledky podle bodů 1 až 4 porovnejte s teoretickými výpočty. Veškeré výsledky zpracujte tabelárně a graficky.

## Teoretický úvod

Sousých kruhových cívek se používá zejména v případě, kdy má být prostor s magnetickým polem dobře přístupný. Přitom je intenzita pole na ose přesně spočitatelná a při tzn. Helmholtzově uspořádání cívek je prakticky konstantní. Úkolem této úlohy je ověřit experimentálně teoretické vztahy pro magnetické pole cívky s proudem.

Intenzita  $H$  magnetického pole na ose kruhové cívky ve vzdálenosti  $x$  od středu cívky je dána vztahem:

$$H = \frac{NIR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}, \quad [R1]$$

kde  $R$  je střední poloměr cívky,  $N$  počet jejích závitů a  $I$  proud cívkou procházející. Předpokládáme, že rozměry vinutí (šířka a tloušťka) jsou zanedbatelné vůči poloměru  $R$ .

Jsou-li dvě takové cívky protékané stejným proudem  $I$  umístěny na společné ose ve vzájemné vzdálenosti  $2a$  máme pro magnetické pole ve vzdálenosti  $x$  od střední polohy mezi cívkami vztah:

$$H = \frac{NIR^2}{2} \left\{ \frac{1}{[R^2+(a+x)^2]^{3/2}} \pm \frac{1}{[R^2+(a-x)^2]^{3/2}} \right\}, \quad [R2]$$

kde znaménko "+" platí, pokud prochází oběma cívkami proud ve stejném směru, znaménko "-" pro případ, že v obou cívkách prochází v nesouhlasném směru. V tomto případě je pak intenzita na ose uprostřed mezi cívkami ( $x=0$ ) nulová.

Pokud protéká oběma cívkami proud souhlasným směrem a je-li  $2a=R$ , dosáhneme tím tzn. Helmholtzovy konfigurace cívek, kdy je pole mezi cívkami nejlépe homogenní, uprostřed mezi cívkami pak dostáváme podle [R2] vztah:

$$H = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{NI}{R} \doteq 0,7155 \frac{NI}{R}. \quad [R3]$$

Použijeme-li v cívkách sinusového střídavého proudu, mohou mít intenzita magnetického pole  $H$  i magnetizační proud  $I$  ve vzorcích [R1], [R2] a [R3] význam buď okamžitých hodnot, amplitud ( $I_0, H_0$ ) nebo efektivních hodnot daných vztahy:

$$H_{ef} = H_0/\sqrt{2}, I_{ef} = I_0/\sqrt{2}.$$

Při použití harmonického střídavého proudu  $I = I_0 \sin \omega t$  dostaneme obdobně pro intenzitu magnetického pole  $H = H_0 \sin \omega t$ .

Má-li detekční cívka umístěná na ose mezi magnetizačními cívkami  $n$  závitů a střední plochu závitů  $S$ , prochází jí indukční tok

$$\Phi = nS\mu_0 H = nS\mu_0 H_0 \sin \omega t,$$

pro napětí indukované na detekční cívice dostaneme vztah

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = -\omega nS\mu_0 H_0 \cos \omega t \quad [R4]$$

a pro konstantu úměrnosti mezi intenzitou pole a indukovaným napětím pak

$$k = \frac{1}{\mu_0 \omega n S}, \quad [R5]$$

z čehož již určíme na základě přechteného napětí na detekční cívice hodnotu intenzity magnetického pole v daném místě pole.

Intenzitu magnetického pole ve středu velmi dlouhého solenoidu lze přibližně vyjádřit vztahem:

$$H = \frac{NI}{l}, \quad [R6]$$

kde  $N$  je celkový počet závitů,  $l$  délka solenoidu a  $I$  protékající proud.

Při konečné délce solenoidu klesá intenzita z maximální hodnoty dané vzorcem [R6] ve středu k oběma jeho koncům. Pro solenoid s jednou vrstvou vinutí lze intenzitu v libovolném bodě spočítat podle vzorce:

$$H(a) = \frac{NI}{2l} \left\{ \left( \frac{l}{2} + a \right) \left[ r^2 + \left( \frac{l}{2} + a \right)^2 \right]^{-1/2} + \left( \frac{l}{2} - a \right) \left[ r^2 + \left( \frac{l}{2} - a \right)^2 \right]^{-1/2} \right\}, \quad [R7]$$

kde  $r$  znamená poloměr vinutí,  $a$  vzdálenost místa od středu solenoidu.

Protože však cívka může mít více vrstev, je nutné vzorec přepsat do podoby:

$$H(a) = \frac{NI}{2l(r_2 - r_1)} \left\{ \left( \frac{l}{2} + a \right) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left( \frac{l}{2} + a \right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left( \frac{l}{2} + a \right)^2}} + \left( \frac{l}{2} - a \right) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left( \frac{l}{2} - a \right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left( \frac{l}{2} - a \right)^2}} \right\}, \quad [R8]$$

Takto je intenzita magnetického pole na ose solenoidu dána teoreticky. Experimentálně hodnoty zjistíme stejným způsobem, jako v případě sousých cívek (vztah [R5]).

# Výsledky měření

1)

Dle zadání úlohy jsem proměřil magnetické pole na ose mezi dvěma souosými cívkami. Měření spočívá pouze v posouvání detekční cívky po stanovém intervalu vzdálenosti (v tomto případě 1 cm) a odečítání hodnoty napětí indukovaného na detekční cívce. Měření v nesouhlasném směru shrnuje tabulka [T1] - sloupeček  $H_{exp}$  obsahuje hodnoty intenzity magnetického pole vypočítané z odečteného indukovaného napětí, sloupec  $H_{teor}$  pak odpovídající hodnoty teoretické vypočtené podle vzorce [R2]. Je vidět, že hodnoty teoretické se od těch změřených příliš neliší. Měření je vyneseno též v grafu [G1] (body s chybovými úsečkami), proložená závislost je závislost teoretická - je vidět, že velmi dobře odpovídá. Pro nesouhlasně probíhající magnetizační proudy ve stejné úloze jsou hodnoty zaneseny v tabulce [T2] a vyneseny do grafu [G2] při dodržení stejné konvence, jako v předchozím případě. I zde je vidět, že naměřené závislosti vystihují tvar závislostí teoretických (v zásadě až na aditivní konstantu, o jejímž vzniku viz dále v sekci "Diskuse").

2)

Podobně jsem provedl měření ve středu mezi cívkami při poměrných vzdálenostech. Vzdálenost cívek jsem měnil po jednom centimetru. Měření shrnuje tabulka [T3], kde můžeme opět vidět srovnání mezi hodnotami změřenými a vypočtenými. Graficky vystihuje problém graf [G3]. I zde je vidět, že hodnoty naměřené velmi dobře vystihují trend teoreticky vypočítaný.

3)

Proměřil jsem též pole pro Helmholtzovu konfiguraci cívek, tedy pro případ, kdy vzdálenost středů cívek je rovna jejich poloměru. Toto měření je pouze tabelováno v tabulce [T4]. Z ní je na první pohled patrné, že pole mezi cívkami je v tomto případě téměř homogenní. Oproti teoretickému výpočtu se ale jeho hodnota liší zhruba o 3%, což můžeme v našich podmínkách považovat za výbornou shodu.

Konstantu úměrnosti  $k$  závislosti indukovaného napětí na intenzitě pole určíme podle vztahu [R5], tudíž výpočtem dostáváme:

pro intenzitu stanovenou teoreticky, tedy na základě znalosti parametrů detekční cívky (zdrojem chyby je 1% chyba určení úhlové frekvence střídavého proudu):

$$k=(4900\pm 50) \text{ VmA}^{-1}$$

pro intenzitu stanovenou prakticky, teda jako konstantu závislosti vypočítané intenzity magnetického pole a změřeného napětí (zdrojem chyby je měření indukovaného napětí):

$$k=(5041\pm 10) \text{ VmA}^{-1}$$

Vidíme tedy, že tatáž konstanta určená dvěma odlišnými způsoby si v rámci experimentální chyby odpovídá.

4)

Pomocí detekční cívky jsem proměřil intenzitu magnetického pole na ose solenoidu. Měření shrnuje tabulka [T5] a pro porovnání teorie a experimentu ještě graf [G4]. I zde je vidět, že naměřená data velmi dobře korelují s daty teoretickými.

## Diskuse

Měření ukázalo, že teorie velmi dobře koreluje s experimentem.

V úloze 1 a 2 se ukázalo, že dobře sedí tvar závislosti, ale pro měření se projevila jakási aditivní konstanta, která "snižuje" hodnotu naměřenou vůči hodnotě teoretické. Tato konstanta může mít původ například ve ztrátách způsobených ohmickým odporem, se kterým při teoretickém výpočtu nepočítáme. Nicméně hodnoty experimentální se od teoretických neliší o více než 10% (ve většině případů odchylka tvoří 7% a méně), což lze považovat za výbornou shodu.

Stejně by bylo možno vysvětlit i rozdíly mezi hodnotami teoretickými a experimentálními v dalších úkolech.

## Literatura

- [L1] RNDr. R. Bakule, RNDr. J. Šternberk - Fyzikální praktikum II.
- [L2] J. Brož - Základy fyzikálních měření I.

### ***Poznámky:***

Veškeré zde uvedené chyby jsou chybami statistickými na hladině  $\sigma$ , jejich původ je ve většině případů v chybách přístrojových.

Grafy a závislosti byly vytvářeny programem Origin 5.0.