Kabinet výuky obecné fyziky MFF UK

Fyzikální praktikum II

Úloha č. 8

Název.: **Přechodové jevy v sériové RLC obvodu**

Měřil.: Michal Švanda.........................dne:...8. listopadu 2000..............................

odevzdal dne:.....................................vráceno:..

odevzdal dne:.....................................vráceno:..

odevzdal dne:...

Posuzoval:.......................................dne:..

Výsledek klasifikace:...

Pøipomínky:

Pracovní úkol

1. Sestavte obvod podle *obr.1* a změřte pro obvod v periodickém stavu závislost doby kmitu na velikosti zařazené kapacity. Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti zařezené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro několik hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru.
3. Změřte závislost logaritmického dekrementu na velikosti odporu při konstantní kapatě v obvodu a porovnejte naměřené hodnoty s vypočítanými. Výsledky měření zpracujte graficky a vysvětlete příčiny rozdílu teoretických a experimentálních hodnot.
4. Změřte závislost relaxační doby obvodu RC na velikosti odporu nebo kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

Teoretický úvod

Schéma proměřovaného obvodu je na *obr. 1*. Když je přepínač přepnut v poloze +, nabije se připojený kondenzátor na napětí o hodnotě ε, přepojením do polohy - se bude vybíjet a my pak můžeme v obvodu pozorovat přechodové jevy, které se projeví jako kmity systému, které budeme zobrazovat na počítači pomocí programu `ISES`. My budeme snímat napětí na odporu, které přímo souvisí s proudem v obvodu. Proud se bude chovat podle rovnice (II. Kirchhoffův zákon):

$$L\frac{\mathbf{d}I}{\mathbf{d}t} + \frac{1}{C}\int I\mathbf{d}t + RI = \varepsilon \qquad [R1]$$

Derivujeme-li rovnice [R1] podle času, dostáváme po převodu na kanonický tvar:

$$\frac{\mathbf{d}^2 I}{\mathbf{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathbf{d}I}{\mathbf{d}t} + \frac{1}{LC}I = 0, \qquad [R2]$$

která má tvar harmonického oscilátoru s tlumícím členem $\frac{R}{L}\frac{\mathbf{d}I}{\mathbf{d}t}$. Z této rovnice můžeme odvodit například *Thomsonův vztah* pro kruhovou frekvenci vznikajících kmitů.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad [R3]$$

V závislostech na hodnotách R,L a C mohou nastat tři případy chování proudu v obvodu:

a) <u>periodický stav</u>: $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{(2L)^2}$.

Řešením pro proud je funkce:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{BL}e^{-At}\sin Bt, \qquad [R4]$$

kde $A = \frac{R}{2L}$ a $B = \sqrt{\frac{1}{LC} - A^2}$. Při zapnutí a vypnutí se mění pouze polarita proudu, průběh zůstává stejný.

V periodickém stavu můžeme mluvit o logaritmickém dekrementu D, který charakterizuje tlumení obvodu.

$$D = \ln\frac{I(t)}{I(t+T)} = AT, \qquad [R5]$$

kde T je perioda kmitu.

Ze známé indukčnosti L můžeme určit logaritmický dekrement podle vztahu:

$$D = \frac{T}{2L}R \qquad [R6]$$

b) <u>mezně aperiodický stav</u>: $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{(2L)^2}$

Řešením je funkce:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{L} e^{-At}, \qquad [R7]$$

kde $A = \frac{R}{2L}$. S časem se nemění směr proud, pouze jeho velikost. Při zachování konstantních parametrů L a C můžeme vypočítat hodnotu aperiodizačního odporu, při němž už bude tlumení tak vysoké, že se obvod bude nacházet v mezně aperiodickém stavu.

$$R_{ap} = 2\sqrt{L/C} \qquad [R8]$$

c) aperiodický stav: $\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{(2L)^2}$

Řešením je pak funkce:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{BL} e^{-At} \sinh Bt, \qquad [R9]$$

kde $A = \frac{R}{2L}$ a $B = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$. Průběh proudu je podobný průběhu v mezně aperiodickém stavu, ale jde rychleji k nule.

Pakliže v obvodu nebyla zařazena indukčnost nebo kapacita, bude proud klesat exponenciálně v čase.

$$I(t) \sim e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad [R10]$$

kde τ se nazývá relaxační dobou a pro RC obvod bude rovna:

$$\tau = RC \qquad [R11]$$

Výsledky měření

Pomocí počítačového program `ISES` jsem změřil závislost doby kmitu na velikosti zařazené kapacity. Měření je zaneseno v tabulce [T1] a graficky vyneseno do grafu [G1]. Z grafu je patrné, že závislost sleduje trend druhé odmocniny, což souhlasí s teorií. Vyneseme-li na osu x hodnoty C^{-1} a na osu y hodnoty $4\pi^2/T^2$, dostaneme lineární závislost, jejíž směrnice má hodnotu $1/L$ (viz graf [G1a]). Vypočítaná indukčnost zařazené cívky je **L=(1,65±0,02) H**. Chybu jsem stanovil z chyby směrnice proložené v grafu [G1a]. Zanedbal jsem chyby způsobené odečítáním hodnot z monitoru počítače.

Poté jsem pro různé kapacity stanovoval hodnoty aperiodizačních odporů. Měření probíhalo tak, že jsem postupně přidával velikost tlumícího odporu, až průběh napětí těsně nepřekmitl do záporných hodnot. Při měření jsem si všiml, že při stejných hodnotách (při opakovaných měřeních) mají napětí odlišný průběh. Na základě tohoto jevu jsem stanovoval chybu určení aperiodizačního odporu. Měření shrnuje tabulka [T2] a graf [G2]. Z vynesených hodnot je patrné, že sledují trend daný vztahem [R8].

Při pevné kapacitě $C=1\ \mu F$ jsem stanovoval závislost logaritmického dekrementu D na připojeném odporu. Hodnoty experimentálně určené i teoreticky vypočítané jsou vyneseny v tabulce [T3]. Experimentálně jsem určoval hodnotu logaritmického dekrementu z exponenciální obálky, kterou jsem nechal proložit programem `ISES`. Graficky je závislost vynesena v grafu [G3] (čtverečky jsou body experimentální, kolečka příslušející body teoretické). Je vidět, že teoretické body splňují přesně lineární závislost (která je předpokládána, např. vztah [R6]) zatímco body experimentální kolem přímky oscilují.

Poté jsem z obvodu vyřadil indukčnost a proměřoval exponenciální pokles napětí a zjišťoval relaxační dobu jevu. Měření při konstantní kapacitě $C=1\ \mu F$ zachycuje tabulka [T4] a graf [G4] (proložená přímka je teoretická závislost), měření při konstantním odporu $R=10\ k\Omega$ pak tabulka [T5] a graf [G5]. V obou tabulkách jsou vyneseny teoretické hodnoty relaxační doby pro dané body.

Diskuse

1) Podařilo se mi plně ověřit teoretickou závislost ([R3] mírně opravenou o přepočet kruhové frekvence na periodu) a vypočítat hodnotu indukčnosti cívky **L=(1,65±0,02) H**.

2) I v úkolu 2 se mi podařilo plně ověřit teoretický vztah [R8].

3) Změřil jsem závislost logaritmického dekrementu na zařazeném odporu.. Z grafu [G3] je patrné, že se měření pro malé hodnoty odporů velmi odlišuje od teorie, ale ani pro vysoké hodnoty odporů nejsou obě hodnoty v dobré korelaci. Pozorovaný jev lze vysvětlit pravděpodobně nenulovým odporem cívky, který se projeví jako další násobící člen. Pro větší hodnotu odporu (ale stále v periodickém stavu) by se odpor cívky stával stále méně významným, takže by se teoretické a experimentální hodnoty více přiblížily. Ze vztahu [R6] můžeme ovšem vypočítat indukčnost využitím lineární regrese. Indukčnost obvodu získaná touto metodou má hodnotu **L=(1,57±0,12) H** (chyba byla určena z chyby směrnice lineární regrese), což je ve výborné shodě s indukčností určené v úkolu 1. Tato shoda je silným argumentem pro správnost měření a pro vysvětlení rozdílů odporem cívky.

4) Změřil jsem také závislost relaxační doby RC obvodu na kapacitě nebo odporu v obvodu, zjištěné experimentální hodnoty jsou v dobré shodě s hodnotami teoretickými.

Závěr

Podařilo se mi velmi dobře dokázat platnost vztahů pro sériový RLC obvod a také ukázat na fakt, že pokud má teorie souhlasit s experimentem, je potřeba si velmi dobře rozmyslet, co si můžeme dovolit při výpočtech zanedbat. Experiment ukázal, že zanedbáním odporu cívky bychom se dopustily v teoretických výpočtech velké chyby.

Literatura

RNDr. R. Bakule, RNDr. J. Šternberk - Fyzikální praktikum II.

Poznámka:

Všechny uvedené chyby jsou chybami statistickými na hladině σ. V této úloze jsem velkou část chyb neuvažoval, protože hodnoty byly odečítány z monitoru počítače a není úplně jasné, jak bychom mohli chybu rigorózně zjistit.

Všechny grafy a závislosti byly vytvářeny programem `Origin 5.0`.