

# Fyzikální praktikum II

Úloha č. 8

**Název.:** Měření indukčností rezonanční metodou

**Měřil.:** Michal Švanda..... dne: ...13. listopadu 2000.....

odevzdal dne:..... vráceno:.....

odevzdal dne:..... vráceno:.....

odevzdal dne:.....

---

**Posuzoval:**..... dne:.....

**Výsledek klasifikace:**.....

# Pracovní úkol

1. Změřte indukčnosti  $L_A, L_B$  a vlastní kapacity cívek  $C_A, C_B$  cívek A, B
2. Určete vzájemnou indukčnost  $M$  cívek A a B umístěných ve svorkách 1,2 a 3,4 z měření jejich celkové indukčnosti.
3. Pro jedno zapojení proměřte rezonanční křivku. Naměřený průběh porovnejte graficky s teoretickým a vyhodnoťte míru útlumu, činitel jakosti a náhradní sériový odpor obvodu.
4. Proved'te kalibraci otočného kondenzátoru diferenční metodou a výsledek vynesete do grafu.
5. Měření indukčnosti s vzájemné indukčnosti opakujte a stanovte chybu měření.

## Teoretický úvod

Velikost impedance sériového zapojení indukčnosti  $L$ , kapacity  $C$  a odporu  $R$  je dána vztahem:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}, \quad [\text{R1}]$$

kde  $\omega$  je kruhová frekvence proudu. Snadno odvodíme, že obvodem poteče největší proud (tedy impedance bude největší), pokud bude platit:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad [\text{R2}]$$

Říkáme, že v tomto případě je obvod v rezonanci a  $\omega_r$  se nazývá rezonanční kruhovou frekvencí.

Rezonanci můžeme charakterizovat rezonanční křivkou. My budeme používat *redukovanou rezonanční křivku*, kdy se na osu  $x$  vynáší rozladění  $\omega/\omega_r$  a na osu  $y$  hodnoty  $I/I_r$ . V zásadě ale můžeme na osu  $y$  vynášet libovolnou veličinu, která přímo souvisí s hodnotou proudu, protože nám jde o určení vrcholu křivky (bodu rezonance) a šířku rezonanční křivky. Zavedeme-li veličinu  $d$  danou vztahem:

$$d = R \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad [\text{R3}]$$

můžeme rezonanční křivku popsat rovnicí:

$$y^2 = \frac{d^2}{d^2 + (x - \frac{1}{x})^2}.$$

Veličina  $d$  se nazývá míra útlumu. Pro  $y^2 = 0,5$  je  $d$  rovna přesně absolutní hodnotě rozdílu příslušných  $x$ -ových souřadnic.

Míru útlumu můžeme definovat také jiným vztahem:

$$d = \frac{R}{\omega_r L} \quad [\text{R4}]$$

Převrácená hodnota  $d - Q$  se nazývá činitelem jakosti.

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{\omega_r L}{R}, \quad [\text{R5}]$$

kde  $R$  je sériový náhradní odpor obvodu.

V naší úloze máme k dispozici dvě cívky, jejichž parametry můžeme určit.

Měření vlastní kapacity cívky probíhá následujícím způsobem: na sériově připojeném kondenzátoru nastavíme pevnou hodnotu kapacity  $C_1$  a nalezneme rezonanční frekvenci  $f_1$ . Pak nastavíme na frekvenčním generátoru dvojnásobnou frekvenci  $f_2$  a znovu nastavíme rezonanci změnou připojené kapacity na hodnotu  $C_2$ . Parazitní kapacita cívky je pak rovna:

$$C_0 = \frac{C_1 - 4C_2}{3} \quad [\text{R6}]$$

Indukčnost cívky pak určíme ze vztahu:

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}, \quad [\text{R7}]$$

kde  $C$  by mělo být součtem parazitní kapacity cívky a kapacity připojeného kondenzátoru, ale protože parazitní kapacita je zanedbatelná, můžeme použít přímo kapacitu připojeného kondenzátoru, aniž se dopustíme příliš velké odchylky. My však takovéto zanedbání neprovedeme.

U dvou cívek můžeme určovat jejich vzájemnou indukčnost a to tak, že komutátorem přepínáme směr proudu v jedné z nich, aby při jednom zapojení probíhaly proudy v cívkách souhlasným a při druhém nesouhlasným směrem. Takto naměříme dvě kapacity  $L_1$  a  $L_2$ .

Z nich určíme vzájemnou indukčnost podle vztahu:

$$M = \frac{L_1 - L_2}{4} \quad [\text{R8}]$$

Máme-li kondenzátor neznámé kapacity, můžeme jeho kapacitu určit takzvanou diferenční metodou. Neznámý kondenzátor připojíme paralelně ke kondenzátoru známé kapacity  $C_1$ . Nastavíme rezonanci. Pak při zachování frekvence odpojíme měřený kondenzátor a nastavitelný kondenzátor znovu přivedeme do rezonance nastavením na hodnotu  $C_2$ . Kapacita měřeného kondenzátoru je pak rovna:

$$C = C_1 - C_2 \quad [\text{R9}]$$

Takto můžeme kalibrovat například otočný kondenzátor.

## Výsledky měření

Podle návodu ve skriptech jsem stanovil parametry dvou cívek. Měření shrnuje tabulka [T1]. Měřil jsem parazitní kapacitu pro tři různé hodnoty sériově připojených kondenzátorů, výslednou hodnotu jsem určil váženým průměrem všech tří naměřených hodnot. Z takto určené hodnoty jsem vypočítal indukčnost cívky. Chyby jsou stanoveny jednak statisticky z váženého průměru, a také subjektivně, jak jsem byl schopen odhadnout přesný okamžik rezonance (jak ostrý byl vrchol rezonanční cívky).

Pro dané cívky jsem změřil následující hodnoty:

### **Cívka B**

$$C_0 = (31,3 \pm 0,5) \text{ pF}$$

$$L_0 = (0,236 \pm 0,004) \text{ mH}$$

### **Cívka A**

$$C_0 = (66,0 \pm 0,7) \text{ pF}$$

$$L_0 = (0,213 \pm 0,002) \text{ mH}$$

Poté jsem zapojil do obvodu obě cívky a změřil jejich vzájemnou indukčnost. Měření shrnuje tabulka [T2].

### **Vzájemná indukčnost:**

$$M = (46 \pm 1) \text{ } \mu\text{H}$$

Pro jedno ze zapojení (na přepínači označené značkou II.) jsem proměřil celou rezonanční křivku. Měření shnuje tabulka [T3] a graf [G1] (proložená závislost je závislost teoretická). Chyby jsem stanovoval jako chybu stupnice připojeného galvanometru - tedy jako polovinu nejmenšího dílku. Vzhledem k velikosti jednoho dílku jsem tuto chybu prohlásil za chybu na hladině  $\sigma$ , nikoli  $3\sigma$ , jak bývá v takém případě zvykem. Galvanometr je připojen na diodu s kvadratickou charakteristikou, což je podstatné pro určování míry útlumu  $d$  z grafu.

Rezonance nastala při frekvenci  $f_r=(272\pm 2)$  kHz. Rezonanční frekvence odečtená z grafu metodou hledání aritmetického průměru mezi dvěma frekvencemi  $f_1$  a  $f_2$  pro danou výchylku galvanometru se vejde do chybového intervalu - činí 272,5 kHz.

Z grafu lze určit činitel útlumu  $d=(0,038\pm 0,002)$ . Pro něj je do grafu také vynesena teoretická rezonanční křivka. Chybu činitele útlumu jsem určoval jako polovinu intervalu, na kterém se teoretická rezonanční křivka již pozorovatelně rozbíhá s naměřenými body a můžeme ji považovat za chybu maximální.

Z činitele útlumu lze podle vzorce [R5] vypočítat činitel jakosti  $Q$ , který má hodnotu:  $Q=(26\pm 1)$ .

Podle stejného vzorce dopočítám i hodnotu náhradního sériového odporu pro rezonanci:  $R=(23,1\pm 0,9)$   $\Omega$ .

Poté jsem kalibroval otočný kondenzátor. Měření shrnuje tabulka [T4] a graf [G2]. Empiricky zjištěná závislost mezi počtem dílků na stupnici kondenzátoru a jeho kapacitou je (předpokládal jsem mocninovou závislost, která, jak plyne z grafu, je pravděpodobně nejlépe vystihující):

$$C = c + a \cdot x^b,$$

kde  $C$  je kapacita kondenzátoru v pikofaradech,  $x$  je hodnota na dílkové stupnici kondenzátoru a regresní konstanty mají následující hodnoty:

$$a=(0.00046\pm 0.00011) \text{ pF}$$

$$b=(2.79\pm 0.05)$$

$$c=50 \text{ pF}$$

## Diskuse

V této úloze je problematické rigorózní stanovení chyb. Proto jsem se snažil tento problém obejít například vícenásobným měřením (a využitím váženého průměru) jako v případě stanovení parazitních kapacit cívek, nebo odhadem chyb při určování okamžiku rezonance. Nicméně výsledky se shodují s teorií (např. že parazitní kapacita cívky je za určitých podmínek zanedbatelná), v našem případě činí nejhůře 7% pro cívku B nebo 11% pro cívku A.

Pohledem do grafu [G2] však zjistíme, že průběh teoretické a naměřené rezonanční křivky je pro daný činitel útlumu trochu odlišný. Je vidět, že experimentální křivka je vůči teoretické a tedy i vůči rezonanční frekvenci nesymetrická. To je způsobeno únikem energie cívkou do prostoru při vyšších frekvencích.

Nakonec se mi podařilo nalézt empirický vztah pro otočný kondenzátor, který svazuje počet dílků na stupnici kondenzátoru a jeho kapacitu.

## Závěr

Při měření jsem si zopakoval, co to vlastně znamená rezonance RLC obvodu a k čemu se dá jevu rezonance využít. Dále jsem zkalibroval otočný kondenzátor

## Literatura

RNDr. R. Bakule, RNDr. J. Šternberk - Fyzikální praktikum II.

### *Poznámka:*

Všechny uvedené chyby jsou chybami na hladině  $\sigma$  (pokud není uvedeno jinak).

Všechny grafy a závislosti byly vytvářeny programem Origin 5.0.

